

Mathematik mit Mathematica

*Praktikum im Wintersemester 2021/22 an der TU Braunschweig
betreut von Prof. Dr. Michael Herrmann*

Für die Studienleistung: Bearbeiten Sie bitte zwei der folgenden vier Aufgaben und laden Sie Ihre Mathematica-Notebook-Datei mit Dateinamen 02_VORNAME_NAME.NB bzw. 02_VORNAME1_NAME1_VORNAME2_NAME2.NB im Stud.IP-Hausaufgaben-Ordner hoch!

Aufgaben Serie 02

Aufgabe 1: lineare Gleichungssysteme

Geben Sie jeweils eine Lösung x des Gleichungssystems $Ax = b$ an und untersuchen Sie, ob diese eindeutig ist.

$$(1) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(2) \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(3) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Mögliche Umsetzung: LinearSolve, Det, NullSpace

Aufgabe 2: Spektralgrößen

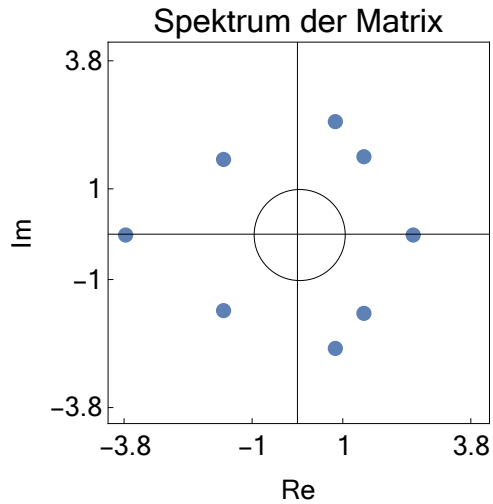
Berechnen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Mögliche Umsetzung: Eigenvalues, Eigenvectors

Aufgabe 3: Zufallsmatrizen

Erzeugen Sie eine quadratische Zufallsmatrix mit 8 Zeilen und 8 Spalten und stellen sie die Eigenwerte in der komplexen Ebene graphisch dar. Zum Beispiel so:



Mögliche Umsetzung: `RandomReal`, `ReIm`, `ListPlot`

Aufgabe 4: Lineare Differentialgleichungen

Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{pmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

für die vier Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Mögliche Umsetzung: `MatrixExp`, `Dot`, `Plot`